INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Curso de Termodinâmica-GFI 00175
2º semestre de 2016
2ª série de Exercícios

Prof. Jürgen Stilck

1. Um gás ideal passa por um ciclo de Carnot, entre os estados A, B, C e D. O processo AB é uma expansão isotérmica a temperatura T_1. O processo BC é uma expansão adiabática. O processo CD é uma compressão isotérmica a temperatura $T_2 < T_1$. O processo DA é uma compressão adiabática.

   a) Mostre que os volumes e pressões nos quatro estados satisfazem as equações:
   $$\frac{V_C}{V_D} = \frac{V_B}{V_A}$$
   e
   $$\frac{p_C}{p_D} = \frac{p_B}{p_A}.$$

   b) Calcule o trabalho realizado e o calor recebido pelo gás em cada trecho do ciclo.

   c) Mostre a partir dos seus resultados que o rendimento do ciclo é dado por $\eta = 1 - T_2/T_1$.

2. Um gás ideal realiza um ciclo de Brayton-Joule, composto por duas adiabáticas e duas isobáricas.

   a) Esboce o ciclo no diagrama de Clapeyron (V, p).

   b) Determine o rendimento do ciclo.

3. O ciclo de Diesel é composto de uma expansão isobárica $A \to B$, uma expansão adiabática $B \to C$, um resfriamento isocórico $C \to D$ e uma compressão adiabática $D \to A$. Suponha que o gás que realiza o ciclo seja ideal e monoatômico.

   a) Esboce o ciclo no diagrama de Clapeyron (V, p).

   b) Esboce o ciclo no diagrama (S, T).

   c) Determine o calor recebido e o trabalho realizado pelo gás em cada um dos quatro processos. Exprima o seu resultado em termos de V_A, V_B, V_C, p_A, p_C e p_D.

   d) Determine o rendimento do ciclo em termos das mesmas variáveis do item anterior.

   e) Quantas das variáveis utilizadas nas respostas dos itens c) e d) são independentes? Justifique as suas respostas.

4. Um gás ideal passa por um ciclo ABCA composto por um aquecimento isocórico AB, uma expansão adiabática BC e uma compressão isobárica CA.

   a) Represente o processo no diagrama de Clapeyron (V, p).

   b) Represente o processo no diagrama (S, T).

   c) Mostre que $T_C^\gamma = T_B \, T_A^{(\gamma-1)}$.

   d) Determine o calor recebido, o trabalho realizado e as variações de energia interna e de entropia em cada processo do ciclo, bem como a eficiência do mesmo. Dê as suas respostas em termos das temperaturas dos estados A, B e C.

5. A energia interna de N moles de um gás não ideal é dada por:

$$U(p, V) = \frac{3}{2} pV - A\frac{N^2}{V},$$

   onde A é uma constante. O gás passa por um processo quase-estático de um estado inicial (V_1, p_1) para um estado final (V_2, p_2).

   a) Qual deve ser a unidade da constante A?

   b) Calcule o trabalho realizado pelo gás se o processo for adiabático. Dê a sua resposta em função de V_1, p_1 V_2 e p_2.

   c) Determine o calor fornecido ao gás caso o processo seja isocórico. Dê a sua resposta em função de V_1, p_1 e p_2.

d) O gás passa por um processo no qual sua energia interna permanece constante. Obtenha p_2 como função de V_1, p_1 e V_2.

e) Determine o trabalho realizado e o calor fornecido no processo anterior em função das mesmas variáveis.

6. Um gás ideal, inicialmente ocupando um volume V_0 a uma pressão p_0, realiza uma expansão livre e adiabática até ocupar um volume $3V_0$.

   a) Quais são a pressão p_1 e a temperatura T_1 do gás após a expansão livre?

   Em seguida, o gás é comprimido de forma lenta e adiabática de volta ao seu volume inicial. Verifica-se qua a sua pressão passa a $p_2 = 3^{2/5}p_0$.

   b) O gás em questão é monoatômico ou diatômico? Justifique a sua resposta.

   c) Qual foi o trabalho realizado pelo gás neste processo?

7. Um gás ideal realiza uma expansão livre e adiabática, passando do volume V_0 ao volume $2V_0$. Determine a variação de entropia nesse processo. Discuta o seu resultado, considerando que o gás não troca calor no processo.

8. (*) Considere um segmento de reta no diagrama de Clapeyron, que passa pelo ponto A (V_A, p_A) e cuja inclinação é $-\alpha < 0$. Suponha que um gás realize uma expansão ao longo desse segmento, partindo do ponto A.

   a) Determine o calor Q recebido pelo gás como função do seu volume V.

   b) Esboce o gráfico Q versus V, indicando os trechos em que o calor recebido cresce e decresce com V.

   c) Repita os dois itens anteriores para a entropia S do gás.

9. No diagrama de Clapeyron dois estados A e B $(V_A < V_B)$ encontram-se sobre a mesma adiabática. Considere o segmento de reta que une os dois estados. Um gás ideal passa por um ciclo formado pelo processo linear e pela adiabática. Inicialmente, ele se expande de A para B seguindo o processo linear, sendo depois comprimido lenta e adiabáticamente de volta ao ponto A.

   a) Calcule o calor recebido Q_1 e o calor cedido Q_2 pelo gás no ciclo.

   b) Determide a eficiência de uma máquina térmica que opera segundo esse ciclo.

10. (*) Demonstre que a eficiência de uma máquina térmica que opera entre as temperaturas T_1 e T_2 ($T_1 > T_2$) num processo cíclico quase estático *qualquer* é sempre menor ou igual que a de outra máquina que opere entre as mesmas temperaturas num ciclo de Carnot. T_1 e T_2 devem ser entendidas como as temperaturas máxima e mínima atingidas pela substância no ciclo, respectivamente. *Sugestão*: Esboce o ciclo no diagrama (S, T) e o compare com o ciclo de Carnot. Lembre-se que nesse diagrama o calor recebido num processo é a área sob a sua trajetória neste diagrama.

11. Descreva a operação de um refrigerador que segue um ciclo de Carnot. Dê uma representação gráfica de seu coeficiente de desempenho no diagrama (T, S).

12. Utilizando a capacidade térmica apropriada, determine a variação de entropia de um gás ideal nos processos:

    a) Isocórico, de (V_0, p_0) a (V_0, p_1).

    b) Isobárico, de (V_0, p_0) a (V_1, p_0).

13. Mostre que um gás ideal obedece à relação de Maxwell abaixo, calculando explicitamente cada lado da equação:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V .$$

14. Um gás com a capacidade térmica isocórica constante C_V, inicialmente à temperatura T_1, é colocado em contato térmico com um reservatório de calor à temperatura T_0. O sistema composto pelo gás e pelo reservatório é isolado.

    a) Determine a variação da entropia do gás ΔS. Discuta o seu sinal.

    b) Determine a variação da entropia do reservatório ΔS_R, Discuta o seu sinal.

    c) Calcule a variação da entropia do sistema isolado composto. Discuta o seu sinal e comente o seu resultado.

15. Dois corpos idênticos têm a capacidada térmica isocórica constante C_V, estando inicialmente nas temperaturas T_1 e T_2.

    a) Eles são colocados em contato térmico e isolados do meio ambiente. Determine a temperatura de equilíbrio e a variação da entropia total ΔS_t. Mostre que esta variação é sempre positiva.

b) Os corpos são colocados em contato térmico e é extraido trabalho do sistema composto no processo de atingir o equilíbrio. Qual é o máximo trabalho que pode ser extraido do sistema? Determine a temperatura de equilíbrio na situação em que o máximo trabalho é extraido. Compare-a com aquela obtida no item anterior e discuta.

16. A capacidade térmica a volume constante de um sistema é dada por $C_V = AT$. A temperatura inicial desse sistema é T_i. Dispõe-se de N reservatórios térmicos cujas temperaturas estão igualmente espaçadas. A temperatura do reservatório j é dada por:

$$T_j = T_i + \frac{T_f - T_i}{N} j.$$

O corpo é colocado em contato térmico com o reservatório 1, sendo os dois isolados do meio ambiente, até atingir o equilíbrio. Em seguida, repete-se esse processo com o reservatório 2 e assim por diante. Ao entrar em equilíbrio com o reservatório N, o corpo estará às temperatura T_f.

a) Calcule a variação total de entropia no processo que ocorre durante o contato térmico do sistema com o reservatório j, $\Delta S_t(N, j)$.

b) Determine a variação total de entropia para todo o processo composto (de T_i até T_f):

$$\Delta S_t(N) = \sum_{j=1}^{N} \Delta S_t(N, j)$$

para $N = 1$, $N = 2$ e $N = 3$. Mostre que $\Delta S_t(1) > \Delta S_t(2) > \Delta S_t(3)$.

c) (*) Procure obter uma expressão aproximada para $\Delta S_t(N)$, válida quando $N \gg 1$. Discuta o que acontece quando $N \to \infty$.

Obs.: Discussão mais geral: J. F. Stilck e R. M. Brum, Rev. Bras. Ensino Fís. **35**, 4306 (2013).

17. Considere a energia interna U de um sistema como função da entropia S e do volume V. Vamos designar por $U_{i,j}$ a derivada parcial segunda de U com respeito à i-ésima e à j-ésima variáveis. Por exemplo:

$$U_{11} = \frac{\partial^2 U}{\partial S^2} \quad \text{e} \quad U_{12} = \frac{\partial^2 U}{\partial S \partial V}.$$

a) Use o princípio de mínima energia para mostrar que:

$$U_{11}(\Delta S)^2 + 2U_{12}(\Delta S)(\Delta V) + U_{22}(\Delta V)^2 \geq 0.$$

b) A partir da desigualdade do item anterior, mostre que $U_{11} \geq 0$, $U_{22} \geq 0$ e $U_{11}U_{22} - U_{12}^2 \geq 0$. *Sugestão*: Considere os processo isentrópico e isocórico. Depois, considere o processo no qual $\Delta S = \lambda \Delta V$, com λ arbitrário, impondo a validade da desigualdade em cada caso.

18. Repita o exercício anterior para o processo de máxima entropia, ou seja, use este princípio para mostrar que:

    a) $S_{11}(\Delta U)^2 + 2S_{12}(\Delta U)(\Delta V) + S_{22}(\Delta V)^2 \leq 0$.

    b)$S_{11} \leq 0$, $S_{22} \leq 0$ e $S_{11}S_{22} - S_{12}^2 \leq 0$

19. Considere um sistema composto formado por dois fluidos simples separados por uma parede inicialmente rígida, impermeável e adiabática. O sistema composto está isolado do exterior. Num certo momento, a parede se torna móvel e diatérmica, de maneira que mais tarde o sistema estará num novo estado de equilíbrio. As relações fundamentais dos dois subsistemas são $S_1(U_1, V_1, N_1)$ e $S_2(U_2, V_2, N_2)$. Aplicando o princípio da máxima entropia, lembrando que o volume e a energia interna do sistema composto não mudam no processo, mostre que o estado de equilíbrio irrestrito do sistema será tal que:

$$\frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_2}$$

e

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}.$$

20. Considere, agora, que os subsistemas do sistema composto do exercício anterior sejam gases ideais, cujas equações de estado são:

$$\frac{1}{T_1} = \frac{3}{2}R\frac{N_1}{U_1}, \quad \frac{p_1}{T_1} = R\frac{N_1}{V_1}$$

e

$$\frac{1}{T_2} = \frac{5}{2}R\frac{N_2}{U_2}, \quad \frac{p_2}{T_2} = R\frac{N_2}{V_2}.$$

Adote $R = 8,3145$ J/mol K. São dados os valores $N_1 = 0,5$ moles e $N_2 - 0,75$ moles. As temperaturas iniciais dos subsistemas são $T_1 = 200$ K e $T_2 = 300$ K e o volume total do reservatório é $V_1 + V_2 = 20\ell$.

a) Obtenha a pressão e a temperatura de cada subsistema na condição de equilíbrio irrestrito.

b) Determine o volume e a energia interna de cada subsistema na condição de equilíbrio irrestrito.